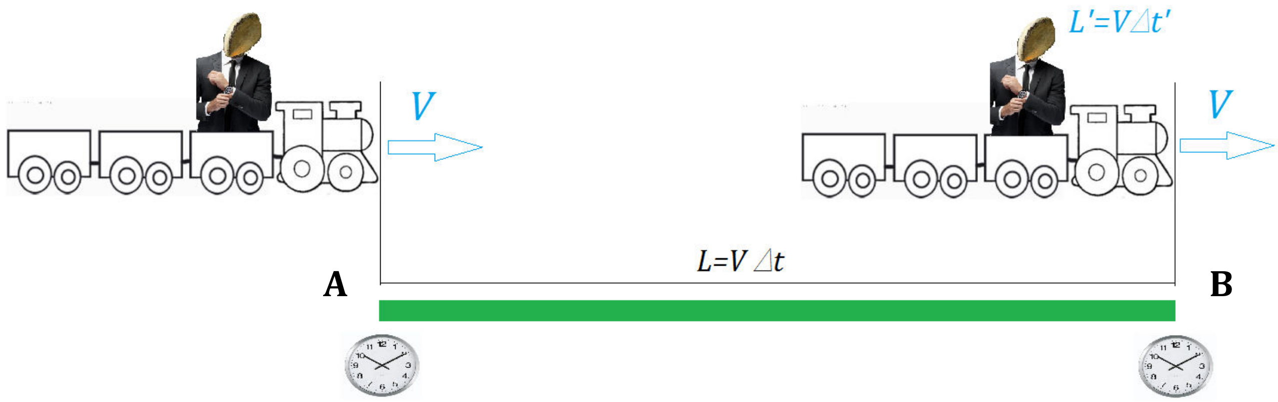
0070_La contrazione delle lunghezze

In questo paragrafo ci proponiamo di dimostrare un altro fenomeno direttamente dipendente dalla dilatazione dei tempi, ossia la contrazione delle lunghezze. In precedenza avevamo infatti accennato al problema di determinare una lunghezza di un corpo mediante una misura simultanea delle sue estremità: venendo ora a cadere il concetto di sincronia assoluta, ovviamente non potevamo che aspettarci un'alterazione anche rispetto al senso comune del concetto di spazio.
Per verificare questo è sufficiente considerare un'asta ferma nel sistema S del laboratorio: supponiamo che in tale sistema l'asta, misurata con tutti i necessari accorgimenti, risulti avere lunghezza L. Siano A e B i punti corrispondenti alle estremità dell'asta (in verde in figura).



Consideriamo adesso un sistema *S'* come quello del paragrafo precedente; per visualizzarlo meglio associamolo al moto di un treno che viaggi in direzione parallela all'asta con velocità V. Nel sistema S' il muso della locomotiva passa accanto al punto A al tempo t'_A e accanto al punto B al tempo t'_B. E' utile ribadire che in tale sistema i due tempi sono misurati dal medesimo orologio (tempi propri), solidale al moto del treno. L'osservatore in S' calcolerà la lunghezza dell'asta ricordandosi la velocità del proprio sistema:

$$L' = V \cdot (t'_B - t'_A) = V \cdot \Delta t'$$

Nel paragrafo precedente avevamo però dimostrato la relazione corrente tra il tempo proprio e il tempo visto dagli orologi del riferimento del laboratorio, che riscritta opportunamente per esplicitare Δt' vale:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma}$$

Tale risultato può essere utilizzato nella prima equazione, ottenendo:

$$L' = V \cdot \frac{\Delta t}{\gamma}$$

Anche per l'osservatore fermo nel laboratorio a terra la lunghezza può essere stimata utilizzando la differenza di tempi di transito del treno tra i punti A e B, e vale:

$$L = V \cdot (t_B - t_A) = V \cdot \Delta t$$

Di conseguenza, utilizzando tutti i risultati:

$$L' = \frac{L}{\gamma}$$

Ed essendo come abbiamo detto $\gamma > 1$, si ha che effettivamente $L' < L$: la lunghezza di un corpo è massima quando viene misurata in un riferimento in cui tale corpo è a riposo.