UNITÀ 2
CAP. 2 - CINEMATICA

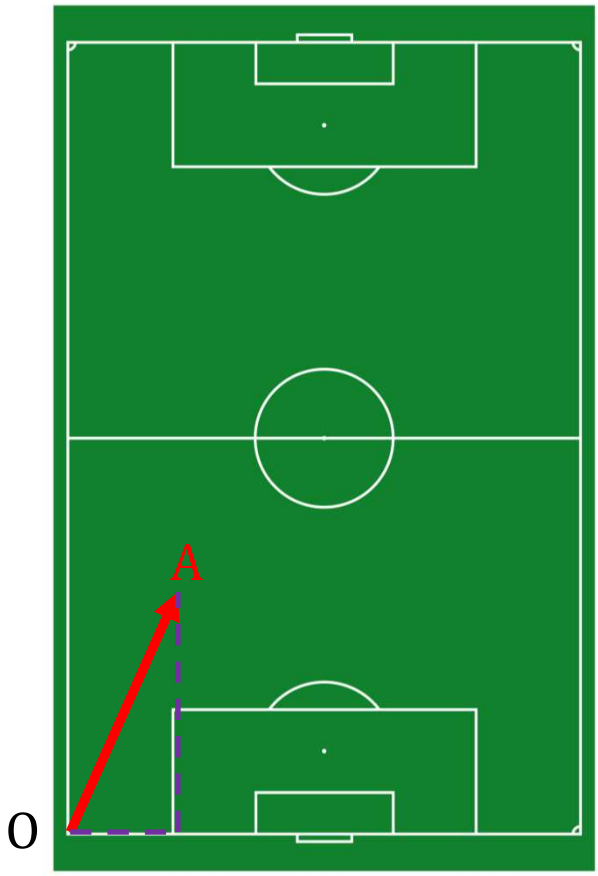
La **cinematica** è quella parte della fisica che studia il movimento, a prescindere dalle cause che lo hanno provocato.
Ma cosa significa esattamente studiare il movimento di un corpo (detto anche **moto di un corpo**)? Significa riuscire a **descrivere come la sua posizione varia nel tempo rispetto ad un altro oggetto**; chiameremo questo oggetto (molto piccolo) il nostro punto di riferimento, e la sua posizione sarà l'**origine delle coordinate.** Pensiamo invece ad uno spazio vuoto, ossia senza nessun "punto di riferimento": qui non sarebbe possibile scegliere alcuna origine delle coordinate, quindi sarebbe proprio difficile descrivere la fisica!

2.1 Vettore posizione

Per comprendere bene l'argomento che segue è bene riferirci ad un esempio: pensiamo quindi ad un giocatore in un campo di calcio. Seguiremo la scena dall'alto.
Per individuare dunque la posizione del giocatore è necessario:

a. scegliere un punto di riferimento in corrispondenza di un oggetto, ad esempio la bandierina dell'angolo in basso a sinistra;
b. scegliere un'unità di misura di lunghezza (perché no? i metri!)

A questo punto, come in una battaglia navale, la posizione del giocatore (punto A) è ben definita da due coordinate: la coordinata "spostamento orizzontale" e la coordinata "spostamento verticale". Ritroviamo qui la stessa idea usata per i vettori: parleremo dunque di **vettore posizione**, che ha la coda nell'origine (bandierina all'angolo destro del campo).



Il vettore posizione del punto A è spesso indicato come $\vec{s}_A$.

Vediamo di far pratica con il concetto di componenti del vettore posizione. Per arrivare ad A posso pensare ad esempio di compiere, a partire dal punto O (la bandierina del calcio d'angolo):

- ✓ prima uno spostamento orizzontale, facciamo di 15 metri verso destra;
- ✓ successivamente uno spostamento verticale, ad esempio di 30 metri verso l'alto.

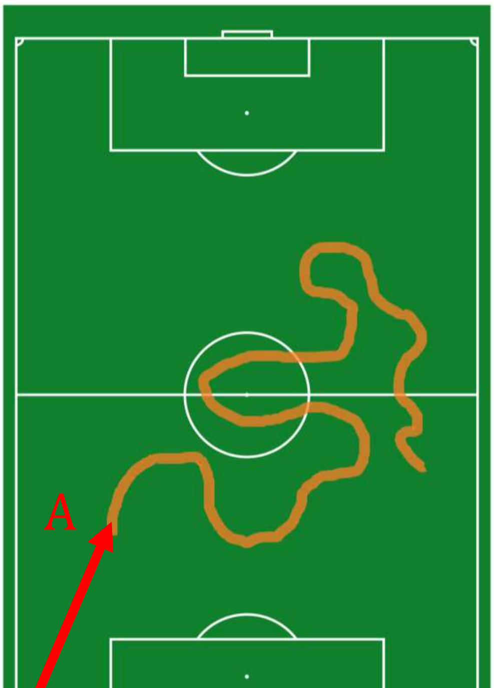
Se ricordiamo quanto detto per le componenti dei vettori, questo significa che il vettore posizione potrà essere scritto:

$$\vec{s}_A = \begin{pmatrix} 15 \\ \\ 30 \end{pmatrix} m$$

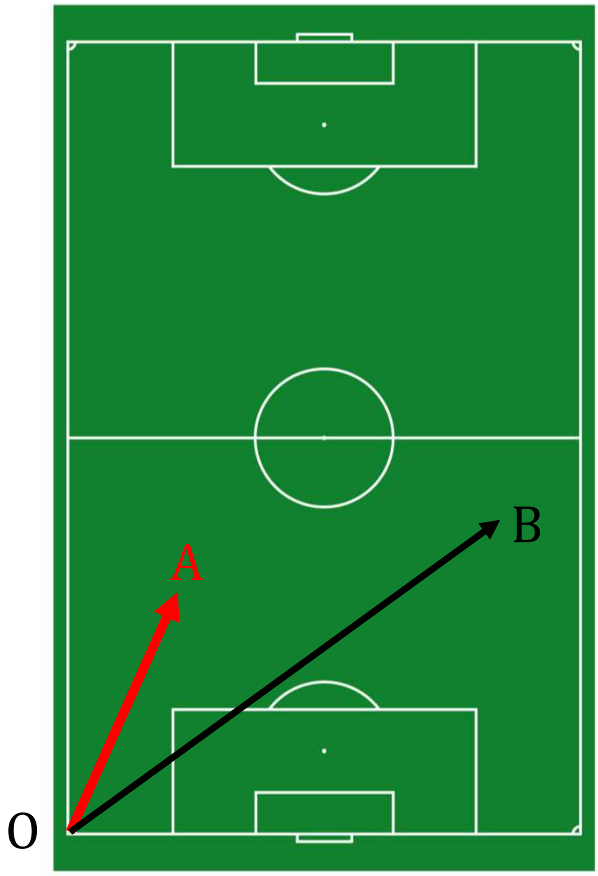
Dove vedo che l'unità di misura è posizionata fuori dalla colonna perché è condivisa da entrambi i numeri (sia 15 che 30 rappresentano lunghezze).

2.2 Vettore spostamento e vettore velocità

Fino a qui non ci siamo interessati a come i giocatori possono cambiare la loro posizione nel tempo: abbiamo fatto una fotografia dall'alto *ad un certo istante* ed abbiamo trovato il giocatore nella posizione A.
Tipicamente però durante una partita i giocatori non stanno fermi (almeno, si spera): anche il nostro giocatore seguirà una traiettoria, cioè la sua posizione nel tempo varierà e possiamo pensare che l'insieme delle sue posizioni disegni uno "scarabocchio" sul campo di calcio. Un esempio di traiettoria (cioè l'insieme di punti via via occupati dal giocatore) è mostrato nella figura successiva.



Supponiamo quindi che il giocatore si sia spostato dal punto A, e dopo un certo intervallo di tempo Δt si trovi nel punto B. Il nuovo punto sarà pertanto associato ad un altro vettore posizione, $\vec{s}_B$.



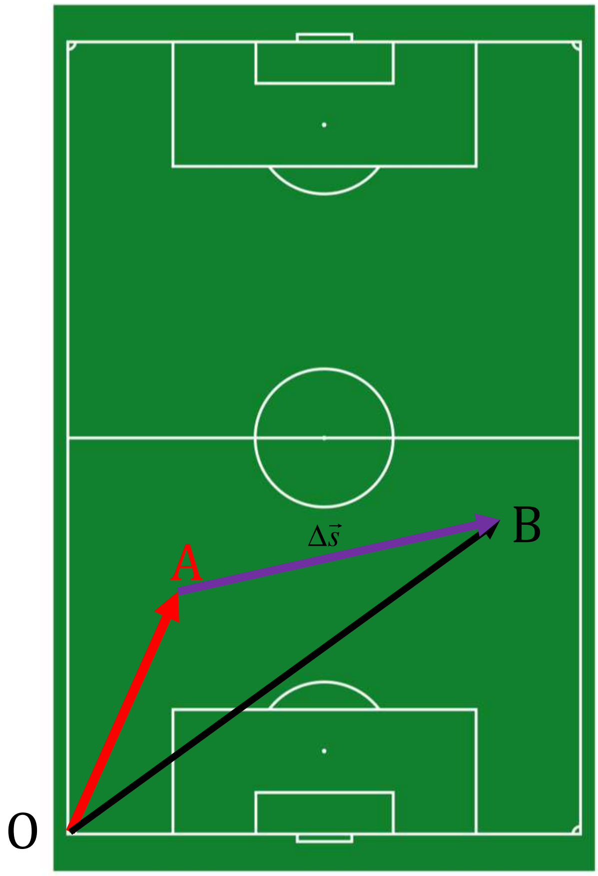
Ipotizziamo ad esempio che:

$$\vec{s}_B = \begin{pmatrix} 45 \\ \\ 50 \end{pmatrix} m$$

Dunque per passare dal punto A al punto B il giocatore avrà percorso la differenza di posizione tra i due punti, ossia il vettore **spostamento** $\Delta\vec{s}$:

$$\Delta\vec{s} = \text{punto di arrivo - punto di partenza} = \vec{s}_B - \vec{s}_A = \begin{pmatrix} 45 \\ \\ 50 \end{pmatrix} m - \begin{pmatrix} 15 \\ \\ 30 \end{pmatrix} m = \begin{pmatrix} 30 \\ \\ 20 \end{pmatrix} m$$

Qui abbiamo calcolato la differenza dei due vettori con il metodo già descritto nel capitolo "operazioni tra vettori". Come si rappresenta tale vettore spostamento? È semplicemente dato dal vettore che ha la coda nel punto di partenza (A) e la punta sulla posizione di arrivo (B), come evidente nella successiva figura.



Pensandoci bene, questa proprietà del vettore $\Delta\vec{s}$ è abbastanza intuitiva: lo spostamento è il vettore che sommato ad $\vec{s}_A$ (ossia al punto di partenza), mi dà la posizione del punto di arrivo $\vec{s}_B$:

$$\vec{s}_A + \Delta\vec{s} = \vec{s}_B$$

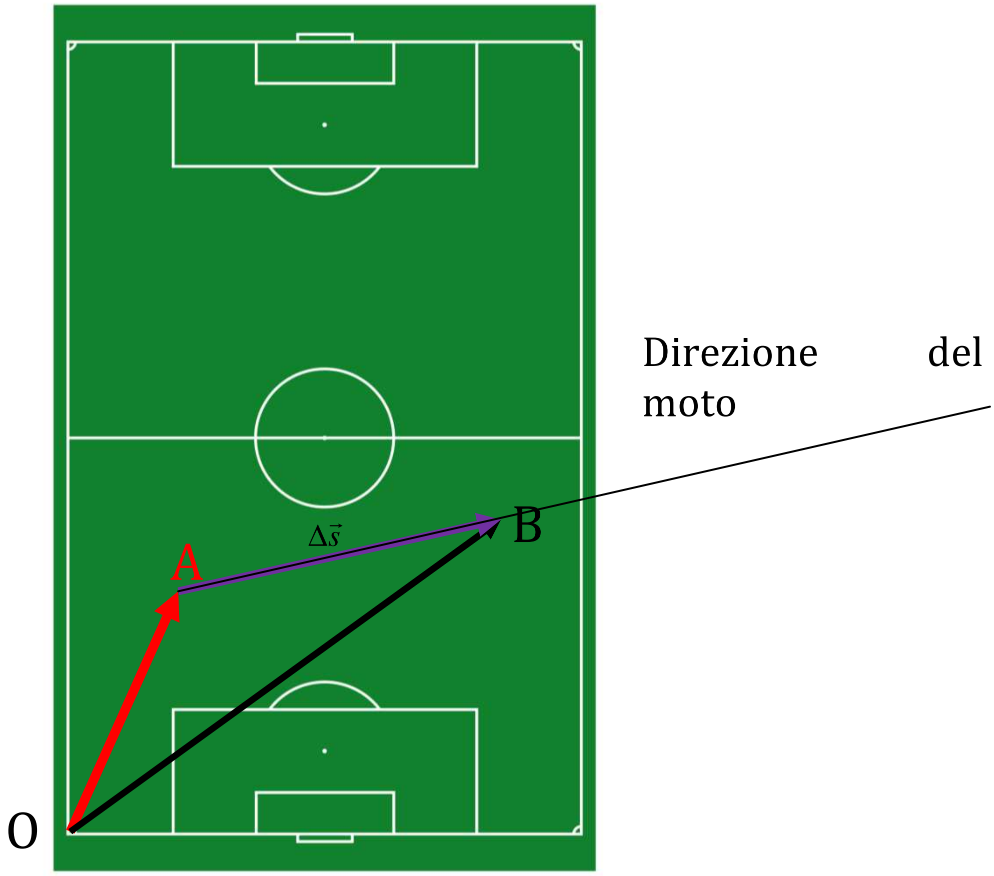
Ora sappiamo lo spazio che ha percorso, ma non sappiamo ancora quanto è stato veloce. Questo dipende **da quanto tempo ha impiegato** per passare da A a B. Se impiega un mese di certo è molto, molto lento. Se invece ci arriva in 10 secondi si può dire che sia molto veloce. Dunque per calcolare la velocità si deve conoscere l'intervallo di tempo impiegato. Diremo quindi che la velocità media si calcola come:

$$\vec{v}_{media} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$$

Nel nostro caso la velocità media vale:

$$\vec{v}_{media} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \frac{\begin{pmatrix}45\\50\end{pmatrix}m - \begin{pmatrix}15\\30\end{pmatrix}m}{10\,s} = \frac{\begin{pmatrix}30\\20\end{pmatrix}m}{10\,s} = \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix} m/s$$

<u>Prima osservazione</u>: la velocità media è un vettore che ha la stessa direzione e lo stesso verso del vettore spostamento. Infatti si ricava dividendo il vettore spostamento per un numero (Δt): quindi il vettore velocità calcolato può avere componenti numericamente più "piccole" di quelle del vettore spostamento, ma comunque tutte "rimpicciolite" in modo proporzionale.
<u>Seconda osservazione</u>: cosa succede se il giocatore non varia MAI la propria direzione della velocità? Succede semplicemente che continua a muoversi lungo la linea retta orientata proprio come il vettore velocità! Se il campo di calcio fosse infinito avremmo una situazione come quella descritta nella figura successiva.

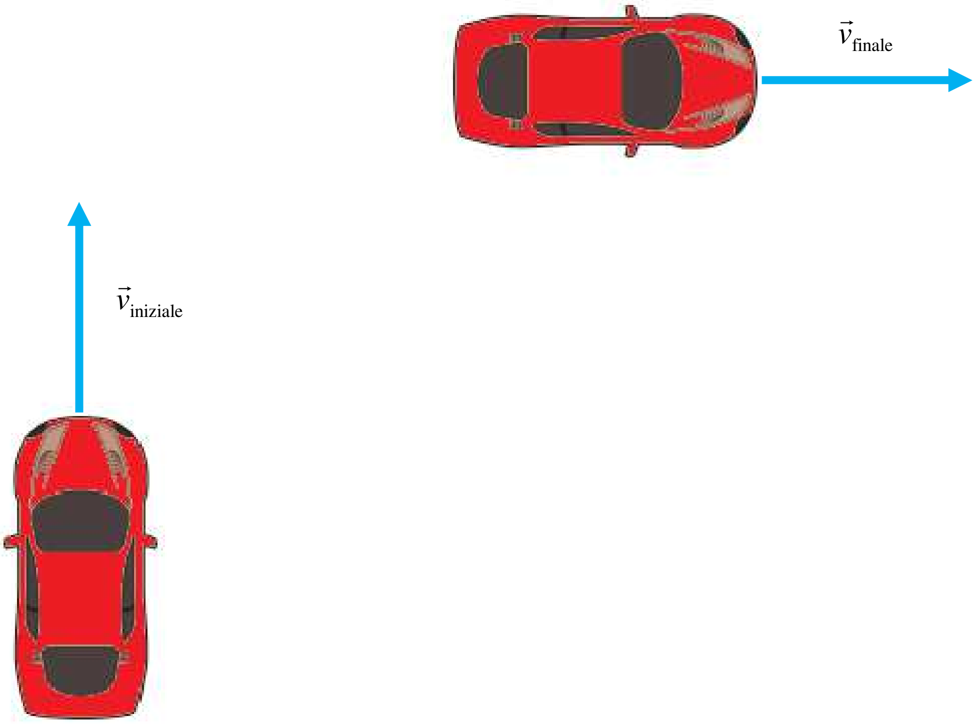


Tale moto prende il nome di moto **rettilineo**.
Se in aggiunta alla direzione il giocatore non varia nemmeno il *valore* della propria velocità (ad esempio: continua a viaggiare a 8 m/s), allora parleremo di **moto rettilineo uniforme**.

2.3 Vettore accelerazione

Nel mondo reale è quasi impossibile che un oggetto si sposti con moto rettilineo uniforme: un giocatore in campo incontrerà i limiti dell'area di gioco, oppure incontrerà i compagni (o gli avversari, o l'arbitro), e sarà costretto a cambiare qualcosa nella sua *traiettoria*.
Anche quando ci muoviamo con velocità costante lungo il marciapiede di un tratto di strada sappiamo che dovremo prima o poi interrompere il nostro moto rettilineo uniforme: a un certo punto la strada curverà, e noi orienteremo la nostra direzione del moto per seguirla. A volte ci capita di dover scansare qualcosa o qualcuno per strada, e questo è sufficiente per rovinare il nostro "moto rettilineo uniforme". Anche una molecola di gas non viaggia sempre "in avanti": prima o poi collide contro una sua collega nell'aria, e viene deviata. Tutte queste forme di dirottamento (cioè, letteralmente, di *cambiamento di rotta*) hanno quindi per conseguenza una variazione del vettore velocità. E tutte le volte che si ha una variazione del vettore velocità si dice che si ha un'**accelerazione**.

Attenzione! E' sufficiente che cambi anche solo la direzione del vettore velocità, <u>anche se la lunghezza del vettore rimane la stessa</u>. Per comprendere questo, è sufficiente considerare l'esempio seguente di un'automobile che compie una curva:



Inizialmente l'auto viaggia verso l'alto (facciamo verso NORD), immaginiamo a 20 m/s.
Se vogliamo scrivere il vettore velocità iniziale con il linguaggio delle componenti, diremo:

$$\vec{v}_{\text{iniziale}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \\ 20 \end{pmatrix} m/s$$

Immaginiamo che dopo una curva la vettura abbia ancora una velocità di 20 m/s, ma stavolta in direzione EST. Il vettore finale potrà essere scritto:

$$\vec{v}_{\text{finale}} = \begin{pmatrix} 20 \\ \\ 0 \end{pmatrix} m/s$$

Dunque i due vettori sono diversi: c'è stata un'accelerazione! Anche **l'accelerazione è un vettore**, e per calcolare il vettore accelerazione è ancora necessario conoscere il tempo impiegato per effettuare questa variazione di velocità:

$$\vec{a}_{media} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Se l'intera manovra è stata compiuta in un intervallo di tempo $\Delta t=5$ secondi, diremo che l'accelerazione vale:

$$\vec{a}_{media} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\begin{pmatrix} 20 \\ 0 \end{pmatrix} m/s - \begin{pmatrix} 0 \\ 20 \end{pmatrix} m/s}{\Delta t} = \frac{\begin{pmatrix} 20 \\ -20 \end{pmatrix} m/s}{5\ s} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} m/s^2$$

<u>Prima osservazione:</u> l'unità di misura dell'accelerazione è proprio in m/s^2 perché sto dividendo una velocità (m/s) per un tempo (s). Verificare.
<u>Seconda osservazione:</u> data una qualsiasi curva effettuata lasciando invariato il valore della velocità, il vettore accelerazione punta al centro della curva. Si tratta pertanto di una accelerazione **centripeta** (ossia verso il centro), senza la quale non è possibile per noi svoltare nemmeno se ci muoviamo a piedi.

<u>Anticipazione.</u> Un corpo, per poter cambiare la propria traiettoria (quindi per accelerare), ha bisogno di una forza. Quindi vediamo che forza e accelerazione sono legate da una relazione. Newton per primo trovò questa relazione, detta "**secondo principio della dinamica**", che lega forza e accelerazione mediante la massa di un corpo:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Vale anche la considerazione inversa: se la somma delle forze che insistono su un corpo è nulla, allora il corpo non sarà accelerato quindi il suo vettore velocità non subirà variazioni (continuerà il suo moto rettilineo uniforme, come visto in precedenza).

Ultima osservazione: dalla relazione che lega forza e accelerazione, vediamo che più un corpo è "massiccio", più sarà necessaria una forza maggiore per farlo accelerare. Si dice che a parità di accelerazione fornita, forza e massa sono *direttamente proporzionali*. La formula inversa alla precedente è pertanto:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Oppure possiamo concludere che a parità di forza riesco a fare accelerare molto più un moscerino rispetto a un elefante: a parità di forza, infatti, massa e accelerazione sono *inversamente proporzionali* (se aumenta la prima, diminuisce la seconda).