UNITÀ 2
CAP. 3 - FORZE

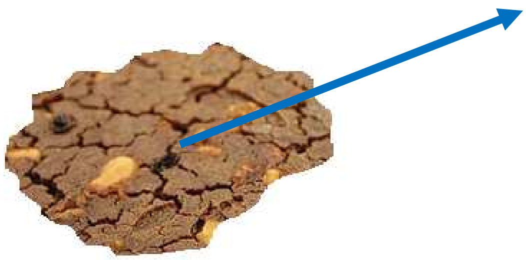
Che cos'è una forza? La forza è una grandezza difficile da definire, perché se ne ha evidenza solo in relazione al suo **effetto**: le forze cambiano la velocità dei corpi, ossia permettono ad un corpo di accelerare.
Volendo fare una classificazione grossolana potremmo dire che esistono due tipi di forze, ossia quelle di contatto e quelle a distanza. Le prime sono dovute al fatto che i corpi interagiscono da vicino, toccandosi, mentre le seconde permettono l'interazione di corpi anche lontani.
Esempi di forze di contatto sono: l'attrito, la forza elastica di una molla, la reazione vincolare di una superficie.
La forza a distanza per eccellenza sarà per noi la forza di gravità (che permette, tra l'altro, alla Luna di girare intorno alla Terra), ma potremmo ricordare anche il magnetismo, la forza elettrostatica ecc. (tutte quelle interazioni che possono essere descritte da "campi di forza", estesi in tutto lo spazio).

3.1 I tre princìpi della dinamica, detti anche princìpi di Newton

Possiamo dire che i principi della dinamica sono necessari per collegare le forze ai loro effetti, aiutandoci cioè a comprendere come le forze "funzionano".

Primo principio

Il primo principio ci spiega appunto che l'effetto di una forza è cambiare la velocità di un corpo. Quindi deduciamo che in assenza di forze a lui esterne un corpo non può cambiare la propria velocità. Ricordiamo però che la velocità è una grandezza *vettoriale*: quindi se la velocità rimane costante, rimarranno costanti non solo il suo valore, ma anche la direzione e il verso del vettore che la rappresenta. Basta pensare ad un meteorite che viaggia nello spazio, lontanissimo da tutti gli altri corpi celesti (pianeti, stelle, galassie, ecc.): questo oggetto non cambierà la sua velocità (vettore in azzurro nella figura successiva), e la sua traiettoria coinciderà con una linea retta. Per di più, il meteorite (figura sotto) percorrerà lunghezze uguali in tempi uguali.



Dal momento che siamo diventati un po' più esperti con il "matematichese", proviamo a tradurre il primo principio in linguaggio matematico:

Se $\sum \vec{F} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec{v} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a} \neq 0$

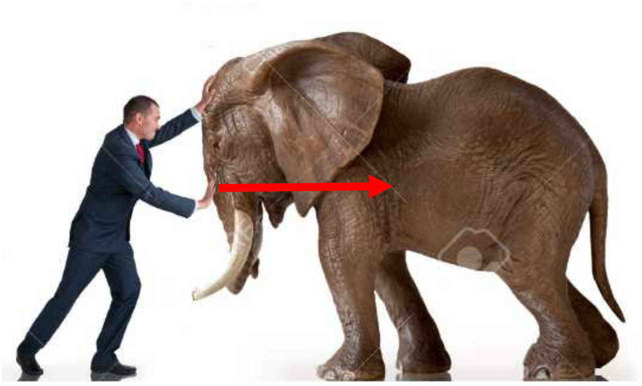
Va letto, traducendo i simboli: se la somma totale ($\sum$) delle forze ($\vec{F}$) che agiscono su un corpo è diversa da zero, allora ($\Rightarrow$) la differenza (Δ) di velocità ($\vec{v}$) in due istanti successivi sarà anch'essa diversa da zero.
Il primo principio può essere letto anche in modo contrario: ossia se un corpo sta accelerando (ossia: se la sua velocità sta cambiando nel tempo), allora ci deve essere qualche forza (o un insieme di più forze) che sta agendo su di lui:

$$\vec{a} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \sum \vec{F} \neq 0$$

In sostanza che cosa ci dice il primo principio? NO Forze, NO Accelerazioni!

Secondo principio

Il secondo principio ci spiega però che una forza non produce lo stesso effetto su tutti i corpi. Se uso la stessa forza (leggi: se mi sforzo allo stesso modo) per spingere un elefante o un carrello della spesa, dove avrò sicuramente l'effetto maggiore?



La risposta è ovvia (infatti al supermercato trovo carrelli, non elefanti).
Da cosa dipende questa differenza di effetto? Newton prova a rispondere che l'effetto dell'applicazione di una forza su un corpo dipende dalla quantità di materia che si trova in quel corpo, ossia dalla sua **massa**.
Pare che Newton sia stato il primo a fornire questa ipotesi, per cui si è aggiudicato il nome di questo principio, per l'appunto chiamato anche legge di Newton. Si esprime matematicamente così:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Si legge: il vettore forza è uguale alla massa moltiplicata per il vettore accelerazione.
Tale formula può anche essere invertita, ad esempio quando voglio sapere che accelerazione subisce un corpo di massa *m* a cui viene impressa una data forza:

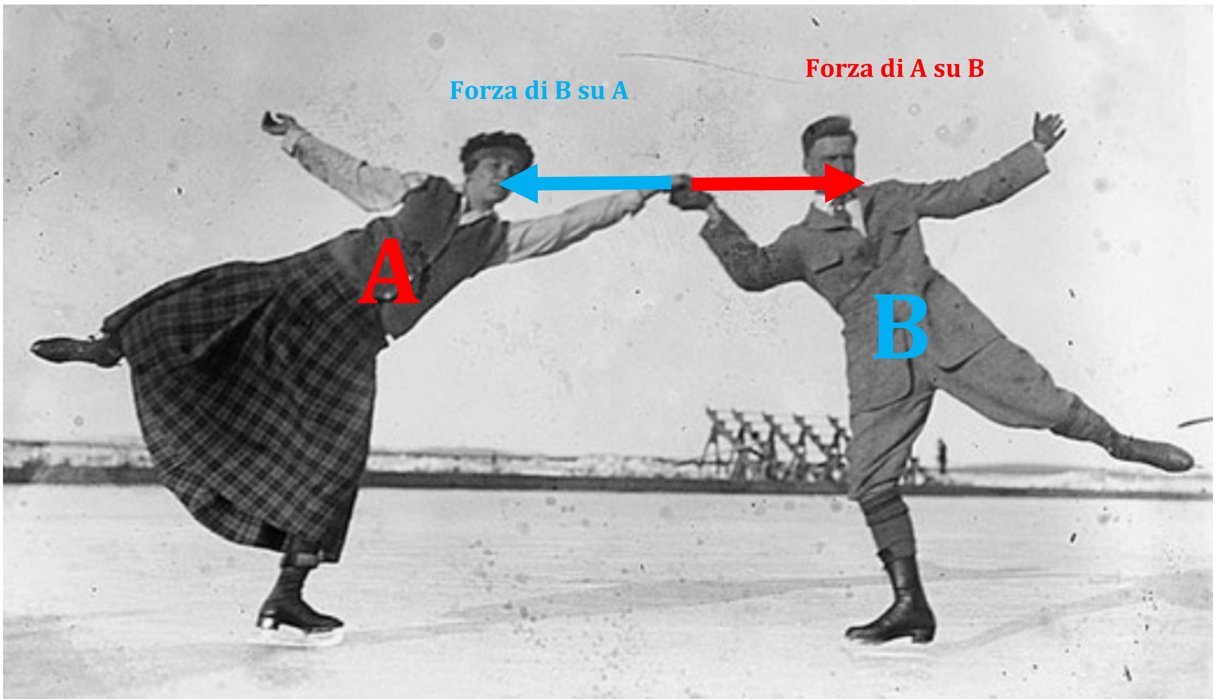
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$ ricordando che: $$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Ormai sappiamo dividere un vettore per un numero (basta dividere per quel numero tutte le componenti di quel vettore), quindi il calcolo non dovrebbe comportare grosse difficoltà. Quello che conta, comunque, è che maggiore è la massa e minore sarà l'accelerazione di un corpo (le due grandezze sono infatti inversamente proporzionali, a parità di forza).
Guardando la formula possiamo fare ancora una considerazione importante: dal momento che dalle due parti dell'uguale troviamo due vettori, l'equazione stessa ci dice che forza e accelerazione condividono la stessa direzione, ossia sono allineati, e ovviamente condividono lo stesso verso. Dunque se spingo in avanti un carrello questo andrà in avanti, non è possibile che cominci a volare.
Avevamo detto che l'unità di misura della forza è il Newton, simbolo N: in virtù di questa formula possiamo dire che 1 N è la forza necessaria per imprimere ad un corpo di massa 1 *kg* un'accelerazione di 1 m/s^2.
Scriviamo quindi il secondo principio in funzione di forze totali e differenza di velocità:

$\sum \vec{F} = m \cdot \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ che invertita ci dà: $\Delta \vec{v} = \dfrac{\left(\sum \vec{F}\right)}{m} \cdot \Delta t$

Terzo principio

Fin qui siamo arrivati a calcolare quanto ci "costa" spingere un carrello (per inciso: più il carrello è pieno, e più costa di più in tutti i sensi). Ma cosa significa esattamente che ci costa? Perché quando spingiamo un carrello in avanti accade che automaticamente ci sentiamo spingere indietro, ossia in verso opposto (provare per credere). Dunque meno male che l'attrito tra le scarpe e il pavimento ci ferma, altrimenti scivoleremmo indietro! Questo succede ad esempio sul ghiaccio, o ancora meglio sui pattini su ghiaccio, proprio perché l'attrito è ridotto quasi a zero. Aiutiamoci guardando questa foto d'epoca:

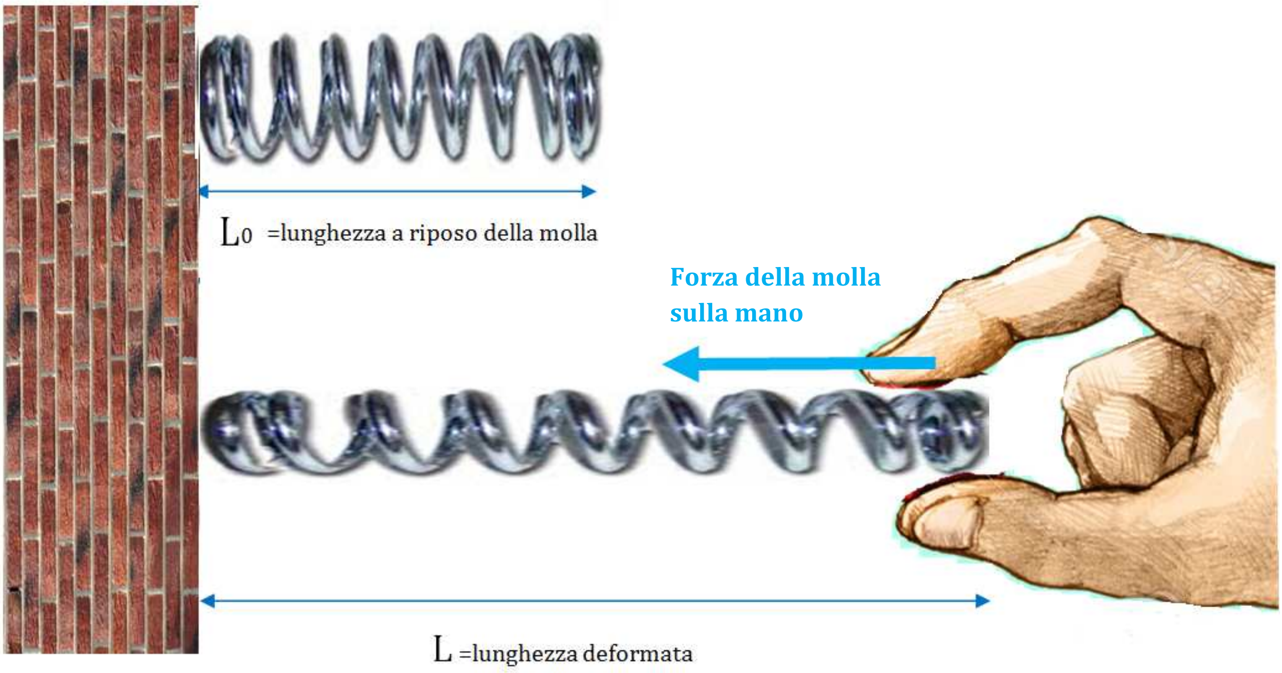


Cosa succede se il signore comincia a spingere la sua amica? Semplicemente che entrambi andranno a retromarcia! Questo è noto come il terzo principio o principio di azione e reazione: se applico una forza ne ricevo una contraria, ma non perché chi la riceve stia pensando di restituirmela, ma solo per il fatto che le forze nascono a "coppie".
Per convincerci di ciò, potremmo ripetere lo stesso esperimento con i pattini ma stavolta spingendo contro un muro. Siamo noi ad andare indietro, e questo perché? Non certo perché il muro è cattivo e vuole che noi ci facciamo male.
Per inciso: in questo caso il muro non si muove. Perché? Per il fatto che è incastrato al resto della struttura dell'edificio, quindi ci sono altre forze che lo trattengono!
Riassumendo: nella foto la freccia azzurra rappresenta la forza che l'uomo applica alla compagna di pattinaggio, mentre la freccia rossa è la forza di reazione opposta dalla donna nei confronti dell'amico pattinatore. Le due forze sono uguali e contrarie (azione e reazione).

3.2 Tipi di forze

Forza elastica

La forza elastica deriva dal fatto che tutti i corpi sono deformabili, anche quelli che sembrano perfettamente rigidi. Per alcuni corpi infatti la deformazione sarà visibile ad occhio nudo, mentre per altri no (eppure anche un blocco di cemento si deforma, se sollecitato da una forza).
Qual è il caso più semplice di forza elastica? Quella che una molla oppone alla propria deformazione (cioè: quella che, quando la molla viene deformata - quindi sotto sforzo - essa produce per reazione alla forza deformante). In parole povere: se cerco di allungare una molla con una mano, questa si allungherà e a sua volta tirerà la mia mano cercando di ripristinare la sua configurazione di riposo; se al contrario spingo la molla questa mi controspingerà per effetto della sua compressione.
Possiamo dire in pratica che la molla contrasta tutto ciò che le faccio; ovviamente per fare questo la molla deve essere bloccata ad un estremo, ad esempio deve essere agganciata alla parete.



Calcoliamo adesso la forza che la molla deformata esercita sulla mano (vettore azzurro). Da cosa dipenderà?

1. Sarà direttamente proporzionale all'allungamento (più allungo, più la molla tira);
2. Dipenderà dal tipo di molla, ossia dalla sua rigidità (più è rigida, più la molla tira)
3. Il verso sarà sempre in opposizione a quello della deformazione (se allungo tira, se comprimo spinge).

Tutte queste richieste si possono sintetizzare in un'unica formula:

$$F_{ELASTICA} = -k \cdot \Delta L$$

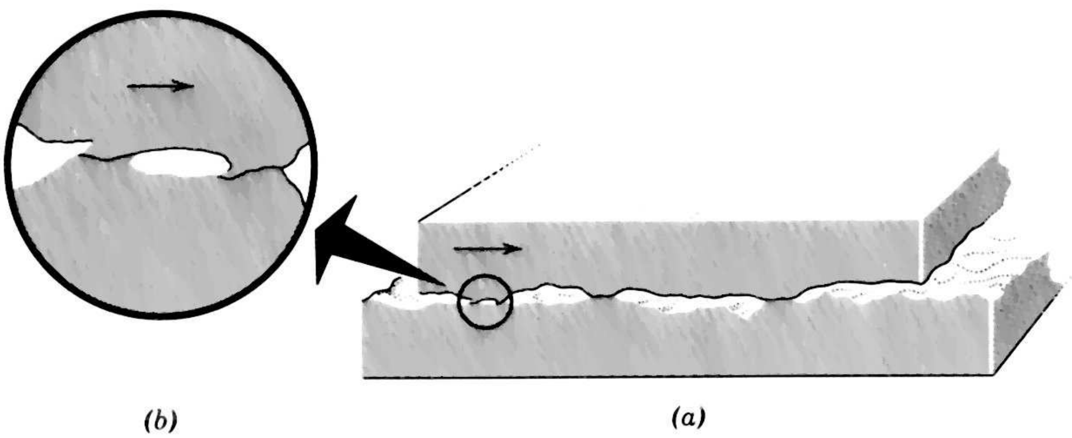
Il segno "meno" indica la condizione 3: il verso della forza che agisce sulla mia mano è opposto alla deformazione

Ogni molla è caratterizzata da una sua costante k, che indica quanto la molla è rigida. A parità di deformazione, maggiore è k e maggiore è la lunghezza del vettore forza elastica. Si misura in N/m.

Questa è la differenza di lunghezza. Se $L>L_0$ allora abbiamo un allungamento.

Forza di attrito

La forza di attrito deriva dal fatto che le superfici di contatto dei vari corpi non sono perfettamente lisce, ma presentano irregolarità; queste irregolarità fanno sì che le superfici "si aggrappino" tra loro, impedendo lo scorrimento libero.



Quali sono i fattori che determinano questo "aggrappamento"? Ovviamente il tipo di materiali interessati al contatto (ad esempio sul ghiaccio si può scivolare con bassissimo attrito). Un altro elemento importantissimo è con quanta pressione tali corpi sono tenuti in contatto tra loro. Questa pressione è ovviamente proporzionale alla forza di reazione, che è proprio quella che impedisce al corpo soprastante di "sfondare" quello al di sotto).
L'intensità della forza di attrito dipende quindi dall'intensità della reazione vincolare:

$$F_{ATTRITO} = \mu \cdot R$$

Questa è una lettera greca (la "Mi" o "Mu", come qualcuno la chiama). E' il coefficiente di proporzionalità tra forza di reazione e forza di attrito, e dipende sia dal tipo di attrito (statico o dinamico), sia dal tipo di materiali interessati al contatto.

Questa è la forza di reazione (ad esempio quella che il tavolo oppone alla pressione di un libro, per evitare che il libro "sprofondi")

Si deve precisare che questa formula non è vettoriale, ossia stiamo valutando solo l'*intensità* della forza di attrito, ma non stiamo dicendo nulla della direzione che comunque non ha niente a che vedere con quella della reazione vincolare R.

Massa e peso

Perché sbagliamo quando diciamo: "Io peso TOT kg?"
Qual è la differenza sostanziale tra massa e peso?

La **massa** è una proprietà di un corpo, ossia una qualità intrinseca: è la quantità di materia del corpo che stiamo studiando e non dipende affatto da dove abbiamo posizionato questo corpo. E' una grandezza fondamentale del Sistema Internazionale e si misura in kilogrammi [kg].
Il **peso** è l'effetto dell'attrazione di gravità sulla massa, quindi dipende dalla posizione del corpo rispetto a tutti gli oggetti che lo attraggono gravitazionalmente. Il peso è dunque una forza e pertanto si misura in Newton [N].
Forza peso e massa sono legate dall'accelerazione di gravità:

$$\vec{F}_{PESO} = m \cdot \vec{g}$$

Questa è la massa che "subisce" la forza peso

Questa è l'accelerazione di gravità, e sulla superficie terrestre vale circa 10 m/s^2 (a Firenze circa 9.8 m/s^2).

In parole povere: ovunque io vada porterò con me la mia massa, sia sulla Terra che nello spazio in una Galassia lontana lontana. Però il mio peso varierà in funzione dell'attrazione gravitazionale.
Se il problema dopo le feste di Natale è perdere peso, consiglio di trasferirsi sulla Luna (lì l'accelerazione di gravità è 1/6 rispetto a quella della Terra, ossia è 6 volte più piccola); se invece il problema è proprio l'accumulo di massa, allora non c'è scampo: bisogna fare moto e/o mangiare di meno!

Ma quindi il problema è: quando salgo sulla bilancia cosa sto misurando veramente? Per rispondere basterebbe fare la prova sulla Luna, e ci accorgeremmo che con la bilancia di casa (a sinistra nella figura sottostante) stiamo "fingendo" di misurare la massa quando in realtà stiamo misurando un peso! Questa misura avviene per confronto: la forza peso viene infatti neutralizzata da un'altra forza, ossia da quella elastica della molla che sta dentro alla bilancia.
Se volessimo misurare la massa (per confronto, ma con un altro metodo) potremmo invece utilizzare una bilancia a bracci (a destra in figura), che fornisce lo stesso risultato indipendentemente dal posto in cui viene eseguita la misura.

Volendo recuperare la notazione vettoriale dovremmo indicare la forza peso come un vettore direzionato verso il basso e, come detto, dipende dalla massa che stiamo considerando:

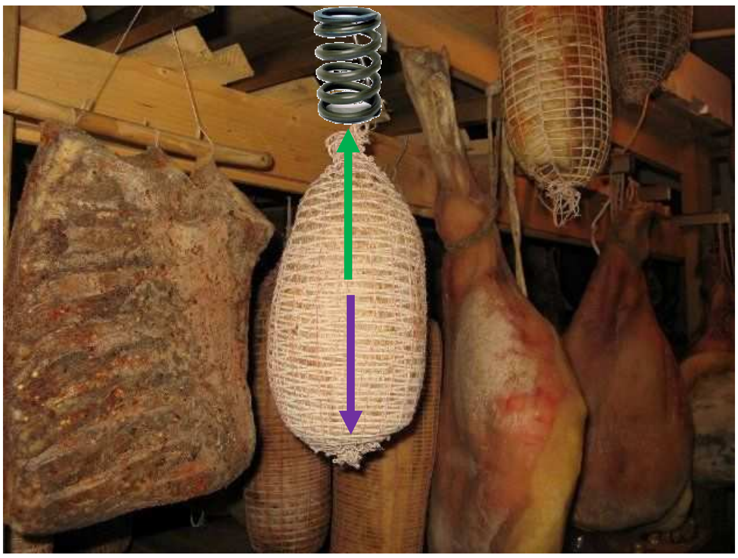
$$\vec{F}_{PESO} = \begin{pmatrix} 0 \\ \\ -mg \end{pmatrix}$$

Esercizio 1. Il salame appeso al soffitto con una molla.

Questo esercizio è molto istruttivo perché racchiude in sé molti concetti che abbiamo introdotto fin qui.
Consideriamo appunto una molla con costante elastica k=2.5 N/m fissata al soffitto, a cui appendiamo un salame di massa 500 grammi (=0.5 kg: mai dimenticare di convertire le masse in kg!).
Si vuole calcolare l'allungamento della molla per azione del corpo appeso. Per farlo, analizziamo la situazione
Il salame è fermo in equilibrio? Sì. Allora la risultante delle forze che agiscono su di esso deve essere nulla!

All'equilibrio $\Delta\vec{v} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum \vec{F} = 0$

Ma quali sono le forze che agiscono sul corpo sospeso? Aiutiamoci con la figura seguente.



Il salame è sottoposto all'azione della propria forza peso (**in viola**), che tende a portarlo a terra, e del richiamo della molla (**in verde**), che invece lo sorregge. Se le due forze si devono compensare si deve avere:

$$F_{TOTALE} = mg - k\Delta L = 0$$

Conosciamo dunque *m*, *g* e *k*. Non conosciamo l'allungamento *ΔL*, che però è l'unica incognita dell'equazione precedente. Si può ricavare quindi calcolando:

$$\Delta L = \frac{mg}{k} = \frac{0.5kg \cdot 10\, {}^{m}\!/_{s^2}}{2.5\, {}^{N}\!/_{m}} = 2\ m.$$

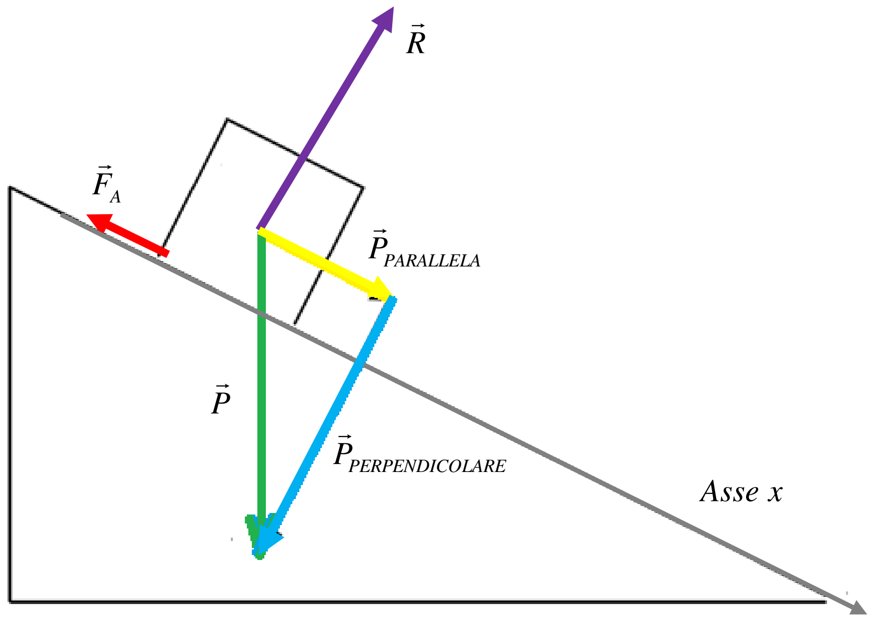
che è decisamente troppo per un salame. Cambiare molla!

Esercizio 2. Scende o non scende?

Vediamo adesso un'applicazione della forza di attrito, che può risultarci molto utile: la massa su un piano inclinato.

Supponiamo di avere un cubetto di massa *m* di 20 *kg* (ma i più bravi si accorgeranno che in questo caso non occorre sapere il valore della massa, perché è indifferente) messo su un piano inclinato a 30°. Il coefficiente di attrito tra il cubetto e il piano è μ=0.3.

Il cubo scivolerà o non scivolerà? Se scivola partendo da fermo, che velocità avrà raggiunto dopo 5 secondi?



Per risolvere questo problema è opportuno ancora una volta fare un'analisi delle forze.

<u>**Domanda 1: Quali forze ci sono in gioco?**</u>

La **forza peso** (in **verde** in figura), che però punta verso una direzione (il basso) dove il cubetto NON può andare. Evidentemente c'è qualche altra forza in grado di annullare, almeno in parte, il contributo della forza peso. Questa forza è la **reazione vincolare** (in **viola**). Infine non dobbiamo dimenticare l'**attrito** (in **rosso**)! Se non ci fosse, l'esperienza ci dice che il cubetto scivolerebbe per forza.

<u>**Domanda 2: Come si calcolano le varie forze?**</u>

La **forza peso** è facilissima da calcolare: vale *mg* e punta verso il basso.

Tuttavia, conviene scomporla come somma di due contributi: il contributo parallelo al piano inclinato (vettore giallo) e il contributo perpendicolare (vettore azzurro). I colori delle frecce sono stati scelti per ricordare che giallo + azzurro = verde.

Se l'angolo di inclinazione del piano è di 30°, il triangolo giallo-blu-verde è metà di un triangolo equilatero, quindi la forza peso parallela è <u>metà</u> della forza peso:

$$P_{PARALLELA} = \frac{mg}{2} = \frac{20kg \cdot 10 \, {}^{m}\!/_{s^2}}{2} = 100\ N$$

La forza peso perpendicolare è come l'altezza del triangolo equilatero e vale circa 0.866 volte la lunghezza del lato (il famoso *apotema*):

$$P_{PERPENDICOLARE} \approx 0.866 \cdot mg \approx 173\ N$$

A questo punto entra in gioco la reazione del piano inclinato: essa può contrastare ed annullare solo la componente perpendicolare della forza peso, quindi anche lei avrà un valore di:

$$R = P_{PERPENDICOLARE} = 0.866 \cdot mg = 173\ N$$

ma contrariamente alla forza peso perpendicolare la forza di reazione punterà in verso opposto a questa (vedi freccia viola).
Quindi sommando vettorialmente la componente parallela della forza peso, la componente perpendicolare e la forza di reazione "sopravvive" solo la forza parallela, che però viene contrastata dall'attrito (freccia rossa).
Calcoliamolo:

$$\left|F_{ATTRITO}\right| = \mu \cdot R = 0.3 \cdot (0.866 \cdot mg) \approx 0.26 \cdot mg = 52\ N$$

Il valore assoluto della forza di attrito è dunque inferiore a quello della componente parallela del peso: quindi la massa inizia a scivolare lungo il piano inclinato.

<u>Domanda 3: con che accelerazione inizierà a scivolare?</u>
Visto che l'unica componente rilevante del problema è quella parallela al piano inclinato, consideriamo un unico asse, parallelo al profilo della montagna. E' su questo asse, infatti, che si hanno valori non nulli della forza risultante. Calcoliamo dunque l'accelerazione, sapendo che:

$$m \cdot a = F_{TOT} = P_{PARALLELA} - \left|F_{ATTRITO}\right| = 100N - 52N = 48N$$

Dunque:

$$a = \frac{F_{TOT}}{m} = \frac{48N}{20\,kg} = 2.4\ m/s^2$$

<u>Domanda 4: che velocità avrà raggiunto dopo 5 secondi?</u>
Per rispondere è sufficiente ricordare la relazione che lega accelerazione e variazione di velocità nel tempo:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

che invertita dà:

$$\Delta v = a \cdot \Delta t = 2.4\,\frac{m}{\cancel{s^2}} \cdot 5\,\cancel{s} = 12\,\frac{m}{s}$$

Notare come, al solito, le unità di misura si aggiustano "da sole" quando si eseguono i calcoli corretti.