

# La “Schroeder back integration”: una traduzione commentata

Luca Alfinito, novembre 2020

## 1. Introduzione

Il “nuovo metodo per misurare il tempo di riverbero” è apparso in un articolo di M.R. Schroeder del 1964, il quale si poneva il problema delle fluttuazioni a cui sono soggette le curve di decadimento, risultato delle interazioni dei modi normali a differenti frequenze: la forma esatta di tali fluttuazioni dipende, tra i vari fattori, dalle ampiezze iniziali e dalle fasi dei modi normali al momento in cui il segnale forzante viene spento. Schroeder a tal proposito precisa che se il segnale di eccitazione è un rumore filtrato con banda passante le varie ampiezze e fasi variano da tentativo a tentativo: per questo motivo, per il medesimo ambiente confinato e le stesse posizioni di emissione e di ricezione al suo interno sono ottenibili differenti curve di decadimento, derivando tali differenze dalla casualità del segnale di eccitazione e non da qualsiasi variazione delle caratteristiche della stanza.

Un metodo spesso usato per minimizzare l’effetto delle fluttuazioni nelle curve di decadimento sui valori del tempo di riverberazione misurato è quello di ripetere più volte la misura e mediare i tempi di riverberazione ottenuti dalle singole curve di decadimento. Ad ogni modo questo modo non è solo inefficiente ma fallisce nel rivelare la vera natura del decadimento. In particolare è spesso impossibile individuare l’esistenza di pendenze di decadimento variabili – tassi di decadimento inizialmente alti che perdurano solo per pochi decibel. Questa discordanza di misure convenzionali di decadimento è inaccettabile perché la parte iniziale del fenomeno contiene molta informazione preziosa. Per esempio, decadimenti con pendenze multiple indicano un difetto di diffusione sonora – fatto importante sia per misure di fonoassorbimento nelle camere riverberanti che per la valutazione dell’acustica delle sale concerto. In aggiunta, nelle camere di riverberazione in cui la diffusione diminuisce nel decadimento, è proprio il tasso di decadimento iniziale ad essere importante per il coefficiente d’assorbimento statistico del materiale test. Per ultimo, è sempre più evidente che il tasso di decadimento iniziale del processo di riverberazione nelle sale per il parlato e la musica è importante per la sensazione soggettiva di riverbero tanto quanto le parti successive. Al fine di ricavare più informazioni proficue dalle curve di decadimento, molte di tali curve dovrebbero essere mediate – e non solo i tassi di decadimento o i tempi di riverberazione ottenuti da singole curve. Sfortunatamente, effettuare una media su molte curve è abbastanza proibitivo a causa della fatica necessaria e la mancanza (1964) di adeguati dispositivi con capacità di archiviazione sufficiente.

Nel prosieguo viene descritto un nuovo metodo per la misura del tempo di riverberazione che, tramite una singola misura, restituisce una curva di decadimento identica a quella ottenuta mediando su infinite curve di decadimento che sarebbero ottenute eccitando l’ambiente confinato con rumori filtrati passabanda. Il che permette quindi di rimuovere tutte le difficoltà sopra descritte.

## 1. Teoria e metodo sperimentale

Dato un segnale  $n(t)$  la sua funzione di autocovarianza è data da:

$$A(t_1, t_2) = \langle n(t_1) \cdot n(t_2) \rangle$$

In cui con le parentesi si intende la media eseguita sull'ensemble. Diremo allora che il segnale è "stazionario" se la sua funzione di autocovarianza dipende solo dalla differenza dei due tempi. Infine un rumore bianco ha la caratteristica:

$$\langle n(t_1) \cdot n(t_2) \rangle = N \cdot \delta(t_2 - t_1)$$

Ossia:

$$\langle n(t) \cdot n(t + \tau) \rangle = N \cdot \delta(\tau)$$

In cui  $N$  è la potenza sonora per larghezza di banda unitaria e  $\delta$  rappresenta ovviamente la funzione delta di Dirac.

Nelle misure di tempo di riverberazione il rumore è generalmente filtrato per ottenere lo spettro desiderato, con larghezza di banda tipicamente di una o un terzo di ottava: il rumore filtrato è quindi irradiato nell'ambiente confinato. Quando uno "stato stazionario" è raggiunto, il rumore all'ingresso del filtro viene spento (sia assegnata a questo istante l'origine dei tempi). Il segnale ricevuto in una postazione di misura interna è quindi:

$$s(t) = \int_{-\infty}^0 n(t') \cdot r(t - t') dt'$$

In cui  $r(t)$  è la risposta all'impulso combinata del sistema, questo consistente in filtro di rumore, amplificatori, trasduttori e l'ambiente stesso tra il punto di trasmissione e la postazione ricevente. L'integrale è appunto esteso al limite superiore di tempo zero che rappresenta il momento in cui il rumore è spento. La notazione per il limite inferiore va intesa indicare che il rumore all'ingresso del filtro è stato spento sufficientemente prima dell'inizio del decadimento all'interno dell'ambiente in modo da avere raggiunto uno "stato stazionario". In pratica si possono considerare -2 secondi.

Il quadrato del segnale ricevuto dal microfono può essere scritto come un doppio integrale come segue:

$$s^2(t) = \int_{-\infty}^0 d\tau \int_{-\infty}^0 d\vartheta n(\tau) \cdot n(\vartheta) \cdot r(t - \tau) \cdot r(t - \vartheta)$$

Effettuando la media sull'ensemble del segnale e ricordando la relativa proprietà, espressa all'interno dell'integrale:

$$\langle s^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^0 d\tau \int_{-\infty}^0 d\vartheta N \delta(\vartheta - \tau) \cdot r(t - \tau) \cdot r(t - \vartheta)$$

La presenza della delta permette di effettuare l'integrazione su una delle due variabili (ad esempio  $\vartheta$ ) ottenendo:

$$\langle s^2(t) \rangle = N \cdot \int_{-\infty}^0 d\tau r^2(t-\tau)$$

Oppure, mediante sostituzione di variabile  $x = t-\tau$ :

$$\langle s^2(t) \rangle = N \cdot \int_t^{\infty} dx r^2(x)$$

Pertanto la media sull'*ensemble* del decadimento sonoro è identica a un certo integrale sul quadrato della risposta all'impulso del filtro passabanda (incluso amplificatori e trasduttori) in serie con l'ambiente oggetto di studio. In pratica, la media sull'*ensemble* richiederebbe un grande numero di misure, mentre la parte destra dell'equazione richiede una singola misura.

La funzione  $r(t)$  può essere considerata la risposta dell'*enclosure* quando questa sia stata eccitata dalla risposta all'impulso di un filtro passabanda. La risposta all'impulso di un filtro passabanda usato come segnale di eccitazione può essere pensato come un colpo di pistola filtrato o "tone burst" con spettro identico al segnale di rumore filtrato. Pertanto si può riassumere il risultato della precedente analisi come segue: il valore della media sull'*ensemble* della risposta sonora al tempo  $t$  dall'inizio del decadimento è calcolabile come l'integrale del quadrato della risposta al *tone burst* dal tempo  $t$  all'infinito, ammesso che l'energia spettrale del *tone burst* sia identica alla densità spettrale di potenza del rumore (questo dipende dal fattore  $N$ ). L'ultima equazione fornisce risposta alla domanda ricorrente circa la relazione tra i decadimenti ottenuti con i *tone burst* (o colpi di pistola filtrati) e le bande di rumore: la risposta è che non è solamente una relazione diretta, ma sussiste proprio un'identità tra la media dei decadimenti e l'integrale del quadrato della risposta all'impulso di un *tone burst*.

Dati i mezzi dell'epoca, Schroeder suggerisce di effettuare l'integrazione su  $r^2$  registrando  $r$  su un supporto magnetico e riproducendo il nastro al contrario (da cui *backward integration*), in modo da trasformare il limite inferiore di integrazione  $t$  in limite superiore, effettuando quindi l'integrazione con un semplice circuito analogico RC.

## 2. Conclusioni

Omettendo i risultati dell'articolo, si riassume il nuovo metodo, chiamato "del *tone burst* integrato". *Tone burst* i cui spettri coprono le bande di frequenza desiderate vengono irradiati all'interno dell'ambiente confinato da un altoparlante. La risposta di tale *enclosure* a ciascun *tone burst* è raccolta da un microfono e registrata (oggi campionata), elevata al quadrato ed integrandolo dal tempo  $t$  fino ad un ragionevole estremo superiore. In passato, in cui la traccia veniva registrata su supporto magnetico, questa operazione corrispondeva a riprodurre il nastro alla rovescia, elevare al quadrato ed integrare mediante un filtro RC, ottenendo l'andamento del decadimento per ogni  $t$  direttamente dalla lettura del voltaggio del condensatore. Per quanto oggi ovviamente le tecniche di digitalizzazione consentano un'agevole esecuzione del *signal processing*, l'idea di eseguire l'integrale invertendo il tempo permette di utilizzare il parametro temporale per caratterizzare in divenire il decadimento.